

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΟΡΙΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Πότε μία συνάρτηση λέμε ότι είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα  $[α,β]$  ;

(Μονάδες 6)

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέμε ότι είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 5)

**A3.** Να σημειώσετε *Σωστό* ή *Λάθος* στις παρακάτω προτάσεις.

α.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

β. Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$  με  $a > 1$

γ. Είναι  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$  εάν  $0 < a < 1$

δ.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

ε. Αν οι  $f$  και  $g$  είναι συνεχείς στο  $x_0$  τότε η  $g \circ f$  είναι συνεχής στο  $x_0$  .

στ. Αν  $\mu > \nu$  τότε είναι  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_\nu x^\nu + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0}{\beta_\mu x^\mu + \dots + \beta_1 x + \beta_0} = 0$

ζ. Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$

(Μονάδες 14)

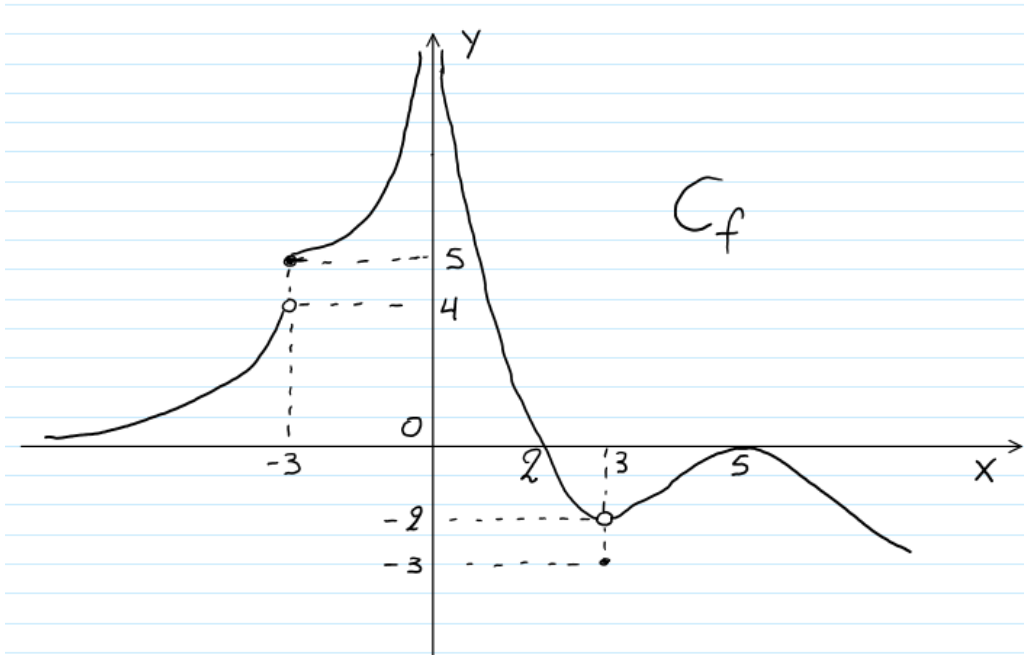
## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  του σχήματος.

**B1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού  $A$  και το σύνολο τιμών  $f(A)$

(Μονάδες 4)

**B2.** Να υπολογίσετε (εάν υπάρχουν) τα ζητούμενα όρια.



$$B = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \Gamma = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad \Delta = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} \quad E = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)}$$

$$Z = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)} \quad H = \lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)| \quad \Theta = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} \quad \eta \mu f(x) \quad K = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x) + 2}$$

(Μονάδες  $2 \times 9 = 18$ )

**B3.** Να αναφέρετε τα σημεία στο οποία η  $f$  δεν είναι συνεχής και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 3)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4x^2 + 1$ .

Γ1. Να βρείτε τα όρια :

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(x)} + x - 1}{x^2}$$

$$\Gamma = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - 3x^3 + 2}{x^3 - 1} \quad \Delta = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{f(x)} - 3x + 1) \quad E = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{f(x)} + 2x)$$

$$Z = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)^{2x}$$

(Μονάδες 3+3+3+3+4+4=20)

Γ2. Να βρείτε την τιμή του ορίου

$$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\mu \cdot f(x)}{(\mu - 3)x - 999}$$

για τις διάφορες τιμές του  $\mu \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 5)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \alpha e^{x+1}, & x < -1 \\ \beta x^3 + 2\alpha, & -1 \leq x \leq 0 \\ 2\sigma\upsilon\nu x, & x > 0 \end{cases}$

Δ1. Να δείξετε πως  $\alpha=1$  και  $\beta=1$

(Μονάδες 10)

**Δ2.** Να υπολογίσετε τα όρια

$$A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - 3^x}{5^x + f(x+2)} \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \ln \frac{f(x)}{\sigma\upsilon\nu x} - \ln(x^4 + 1) \right) \quad \Gamma = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^4}$$

(Μονάδες 15)

Επιμέλεια Θεμάτων : Γ.Α.Γιαννακόπουλος

Διορθώσεις - Συμπληρώσεις : Χ.Αργυροπούλου

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ  
ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**