

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α1

- I Σχολικό σελ 142-143.
- II Σχολικό σελ 111
- III Σχολικό σελ 106
- IV Σχολικό σελ 133

ΘΕΜΑ Α2

- I σελ 128-129
- II σελ 155
- III σελ 141
- IV σελ 128
- V σελ 162
- VI σελ 95

ΘΕΜΑ Α3

- I Λάθος
- II Λάθος
- III Σωστό
- IV Λάθος
- V Λάθος
- VI Σωστό

ΘΕΜΑ Α4

$$f'(x) = 0$$

$$(x-1)^2 \cdot (x-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)^2 = 0 \text{ ή } x-2 = 0$$

$x=2$

$$x=1 \text{ (διπλή ρίζα)}$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	+
$f(x)$		↘	↘	↗

α) Αληθής αφού η f \searrow στο $[1, 2]$ και \nearrow στο $[2, +\infty)$ για $x=2$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο ω $f(2)$

β) Ψευδής αφού η f \searrow στο $[-\infty, 2]$.

ΘΕΜΑ Α5

- $f \rightarrow T$
- $g \rightarrow H$

ΘΕΜΑ Β1

a) $f(x) = x^3 - 3x + 2, x \in \mathbb{R}$.

Η f έχει ολόκληρο ορισμό $D_f = \mathbb{R}$ και είναι συνεχής σε ολόκληρο.

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

T.P. T.E.

Η f είναι γνησίως
αύξουσα στα διαστήματα
 $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$
και γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 1]$

Για $x = -1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο

$$\omega \quad f(-1) = -1 + 3 + 2 = 4$$

Για $x = 1$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο

$$\omega \quad f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$$

b) $f''(x) = 6x$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$			

S.K.

Η f είναι κοίτη στο $(-\infty, 0]$

και κυρτή στο $[0, +\infty)$.

Σημείο κοίτης είναι το $A(0, f(0))$

δηλαδή $\omega \quad A(0, 2)$

$$f(0) = 2$$

δ) Η f είναι πολυωνυμική 3° βαθμού
και δεν έχει ακούσιους.

Σημεία κόπης
για τον άξονα $x'x$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$$

1	0	-3	2	1
↓	1	1	-2	
1	1	-2	0	

$$(x-1) \cdot (x^2+x-2) = 0$$

$$\boxed{x=1}$$

$$x^2+x-2=0$$

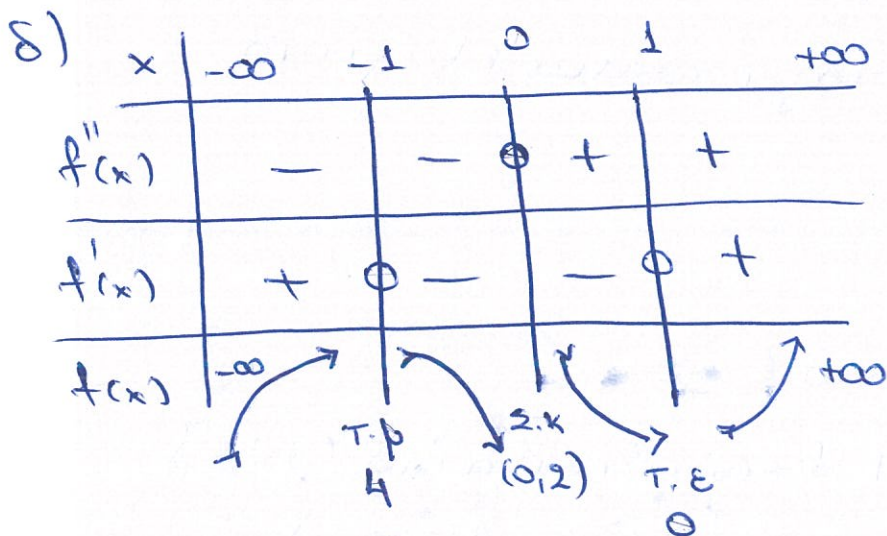
$$x=-2 \text{ ή } x=1$$

Η C_f

πέφτει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(1,0)$, $(-2,0)$ και

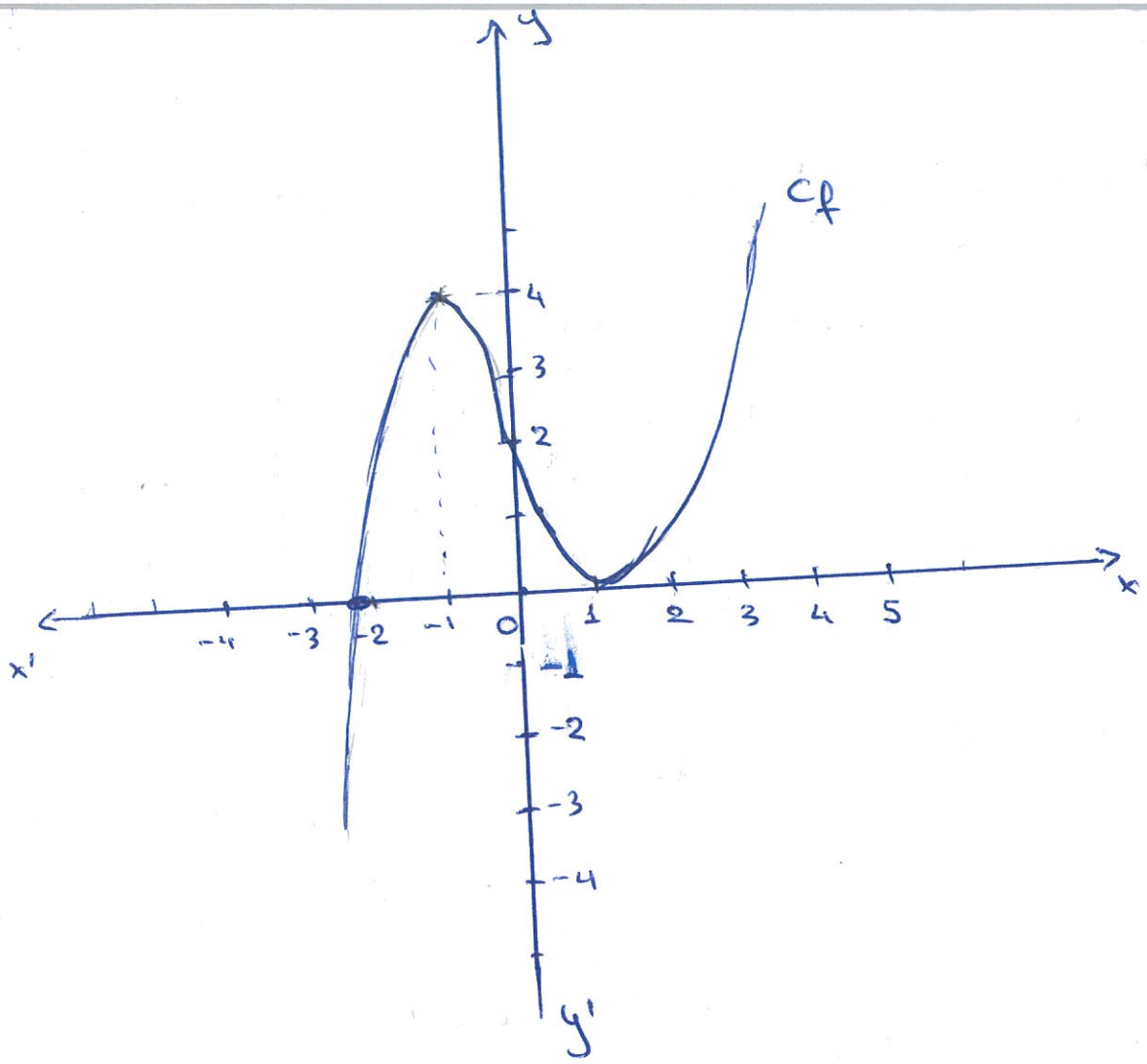
Σημεία κόπης
για τον άξονα $y'y$

$f(0) = 2$. Η C_f πέφτει τον άξονα $y'y$ στο
σημείο $(0,2)$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$



- ε) i). $f(x) = 3$ έχει 3 ρίζες.
ii) $f(x) = \sqrt{7}$ έχει μία ρίζα.
iii) $f(x) = a$
έχει μία ρίζα όταν $a < 0$ ή $a > 4$
δύο ρίζες όταν $a = 0$ ή $a = 4$
τρεις ρίζες όταν $0 < a < 4$

δ) κατακόρυφη ασύμπτωτη

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{x} = 1 \cdot (-\infty) = -\infty$$

Η ευθεία $x=0$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της C_f .

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x} = 1 \cdot (+\infty) = +\infty$$

οριζόντιες - παράγες ασύμπτωτες.

Σω $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} \text{ D.L.H } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2} = +\infty$$

Δεν έχει παράγια ή οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$

Σω $-\infty$

$$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot \frac{1}{x^2} = 0 \cdot 0 = 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot \frac{1}{x} = 0 \cdot 0 = 0$$

Η ευθεία $y=0$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη

της C_f στο $-\infty$.

Η C_f δεν περνά τους άξονες x και y .

5)

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f''(x)$	-		+	+
$f'(x)$	-		-	+
$f(x)$				

r.e.
e

