

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

α. $2x^2 + 3x - 5 \geq 0$

Πίτες

$\Delta = \dots = 49$

$x = \dots = \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -\frac{5}{2} \end{matrix} \right.$

Πίνακας Προβήλου

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	$+\infty$	
$2x^2+3x-5$	+	0	-	0	+

Οπότε $2x^2 + 3x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\frac{5}{2}] \cup [1, +\infty)$

β. $x^2 < 9 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0$

Πίτες

$x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

Πίνακας Προβήλου

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
x^2-9	+	0	-	0	+

Οπότε $x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow x \in (-3, 3)$

γ. $(x+3)^2 - 6|x+3| + 8 > 0 \Leftrightarrow |x+3|^2 - 6|x+3| + 8 > 0$ Δέτω $|x+3| = y$
 $\Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 > 0$

Πίτες

$\Delta = \dots = 4$

$y = \left\langle \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right.$

Πίνακας Προβήλου

y	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y^2-6y+8	+	0	-	0	+

Οπότε $y < 2$ ή $y > 4$

$|x+3| < 2$ ή $|x+3| > 4$

$-2 < x+3 < 2$ ή $x+3 < -4$ ή $x+3 > 4$

$-5 < x < -1$ ή $x < -7$ ή $x > 1$

ΘΕΜΑ Β

B1

α. $|2x-5| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x-5 \leq 5 \stackrel{+5}{\Leftrightarrow} 0 \leq 2x \leq 10 \stackrel{:2}{\Leftrightarrow} 0 \leq x \leq 5$

$$2x^2 - x - 1 > 0$$

β

Ρίζες

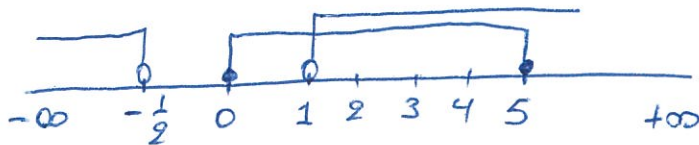
$$x=1 \text{ ή } x=-\frac{1}{2}$$

Πίνακας Προσόντων

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	+	-	+	+

$$\text{Άρα } 2x^2 - x - 1 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$$

β.



Ακέραιες κοίτες λύσης: $x=2$ ή $x=3$ ή $x=4$ ή $x=5$

B2

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

Ρίζες

$$x=3 \text{ ή } x=-2$$

Πίνακας Προσόντων

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$-x^2 + x + 6$	-	+	-	-

▷ $16x04 \quad A > 0$ διότι $3,001 \in (3, +\infty)$ άρα $f(3,001) < 0$
 $-\frac{5}{2} \in (-\infty, -2)$ άρα $f(-\frac{5}{2}) < 0$
 $\frac{3}{7} \in (-2, 3)$ άρα $f(\frac{3}{7}) > 0$

$$\triangleright \text{Εί ναι } B = -\left(\frac{667}{333}\right)^2 - \frac{667}{333} + 6 = -\left(-\frac{667}{333}\right)^2 + \left(-\frac{667}{333}\right) + 6$$

$$\Rightarrow B = f\left(-\frac{667}{333}\right) < 0 \text{ αφού } -\frac{667}{333} = -\frac{666}{333} - \frac{1}{333} = -2 - \frac{1}{333} < -2$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\lambda x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda - 1) = 0, \lambda \neq 0$$

$$\Gamma 1. \Delta = (\lambda - 1)^2 - 4\lambda(\lambda - 1) = \lambda^2 - 2\lambda + 1 - 4\lambda^2 + 4\lambda = -3\lambda^2 + 2\lambda + 1$$

$$\Gamma 2. \text{ Πρέπει να ισχύει } \Delta \geq 0 \Leftrightarrow -3\lambda^2 + 2\lambda + 1 \geq 0$$

Ρίζες

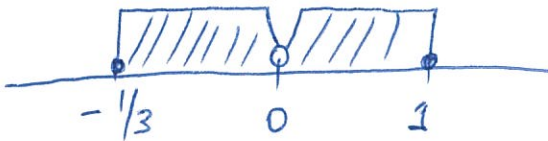
$$\Delta' = 4 + 12 = 16$$

$$\lambda = \left\langle \begin{array}{l} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{array} \right.$$

Πίνακας Προσήμου

λ	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$-3\lambda^2 + 2\lambda + 1$		-	+	-

Προβόλη δίνεται $\lambda \neq 0$ από $\begin{cases} \lambda \in [-\frac{1}{3}, 1] \\ \lambda \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda \in [-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 1]$



$$\Gamma 3. \text{ Πρέπει } \begin{cases} \Delta < 0 \Leftrightarrow \lambda < -\frac{1}{3} \text{ ή } \lambda > 1 \\ \lambda < 0 \Leftrightarrow \lambda < 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda \in (-\infty, -\frac{1}{3})$$

