

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ Α - Β

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ



ΘΕΜΑ Α1

I. Έστω συνάρτηση f ορισμένη σε διάστημα Δ και F μια αρχική της f στο Δ . Να δείξετε ότι

- Κάθε συνάρτηση $G(x)=F(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$, είναι μία αρχική της f στο Δ και
- Κάθε άλλη αρχική G της f στο Δ γράφεται στην μορφή $G(x)=F(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$.

II. Εάν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 τότε να αποδείξετε πως και η $f+g$.

είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει : $(f+g)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)$

III. Έστω η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x}$, $x \geq 0$.

Να αποδείξετε πως για κάθε $x > 0$ ισχύει : $f'(x)=(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Α2

I. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέγιστης και Ελάχιστης Τιμής.

II. Να διατυπώσετε το θεώρημα Μέσης Τιμής και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

III. Έστω συνάρτηση f ορισμένη σε διάστημα Δ . Τι ονομάζω αρχική συνάρτηση ή παράγουσα της f στο Δ ;

IV. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι κοίλη στο διάστημα Δ ;

V. Πότε λέμε πως μία συνάρτηση f παρουσιάζει στο σημείο x_0 τοπικό ελάχιστο;

VI. Να διατυπώσετε το θεώρημα Ενδιαμέσων Τιμών.

(Μονάδες 24)

ΘΕΜΑ Α3

Να σημειώσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις.

- i. Μία συνάρτηση λέγεται ένα προς ένα όταν για κάθε x_1, x_2 στο πεδίο ορισμού της με $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$
- ii. Δίνονται συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\frac{f}{g}$, είναι η τομή $A \cap B$.
- iii. Κάθε ρητή συνάρτηση με βαθμό αριθμητή μεγαλύτερο κατά δύο τουλάχιστον μονάδες από τον βαθμό του παρονομαστή δεν έχει ασύμπτωτες.
- iv. Αν η f είναι κυρτή στο διάστημα Δ τότε η f'' θα είναι θετική στο εσωτερικό του Δ .
- v. Τα άκρα του διαστήματος $[\alpha, \beta]$ ανήκουν στα κρίσιμα σημεία της f .
- vi. Δίνονται συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$. Η συνάρτηση $f \circ g$ ορίζεται μόνο εάν $g(B) \cap A \neq \emptyset$.
- vii. Η γραφική παράσταση της $|f|$ είναι συμμετρική ως προς τον $x'x$ με την γραφική παράσταση της f .
- viii. Ισχύει $(2^x)' = x \cdot 2^{x-1}$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Β1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}, x \neq 1$

- α. Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.
- β. Να βρεθεί η κυρτότητα και τα σημεία καμψής της.
- γ. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής της παράστασης.
- δ. Με βάση τα ερωτήματα α, β, γ να σχεδιάσετε την C_f .

(Μονάδες 7+7+7+6=27)

ΘΕΜΑ Β2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x \cdot e^{1-x}$.

- α. Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

β. Να βρεθεί η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της.

γ. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής της παράστασης.

δ. Με βάση τα ερωτήματα α, β, γ να σχεδιάσετε την C_f .

(Μονάδες 7+7+7+6=27)

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στην κόλλα σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 19:30.

Επιμέλεια Θεμάτων : Γ.Α.Γιαννακόπουλος

Εύχομαι επιτυχία!