

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη σ' ένα διάστημα  $\Delta$  και  $x_0$  ένα εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ . Να αποδείξετε πως αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0$  και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε:

$$f'(x_0) = 0$$

A2. Έστω συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε διάστημα  $\Delta$ . Εάν

•••••  
••••• **ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ !** •••••  
•••••

- Η  $f$  είναι συνεχής στο  $\Delta$  και
  - $f'(x)=0$  για κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$
- τότε να αποδείξετε πως η  $f$  είναι σταθερή στο  $\Delta$ .

A3. Έστω η συνάρτηση  $f$  ορισμένη στο  $[\alpha, \beta]$ .

Να αποδείξετε πως αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  και  $f(\alpha) \neq f(\beta)$  τότε, για κάθε αριθμό  $\eta$  ανάμεσα στο  $f(\alpha)$  και  $f(\beta)$ , υπάρχει ένα τουλάχιστον  $x_0 \in (\alpha, \beta)$  ώστε :  $f(x_0) = \eta$ .

A4. Να αποδείξετε πως αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

(Μονάδες 9+9+8+9=35)

## ΘΕΜΑ

B1. Να διατυπώσετε το θεώρημα Rolle και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

B2. Να διατυπώσετε το θεώρημα Μέσης Τιμής και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

B3. Ποιά σημεία ονομάζονται *κρίσιμα σημεία* μιας συνάρτησης  $f$  σε ένα διάστημα  $\Delta$ ;

B4. Πότε δύο συναρτήσεις  $f$  και  $g$  λέγονται ίσες;

B5. Πότε λέμε πως μία συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει στο σημείο  $x_0$  τοπικό μέγιστο;

B6. Να διατυπώσετε το θεώρημα Bolzano και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

B7. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**B8.** Τι ονομάζουμε εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της.

**B9.** Έστω συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ . Τι ονομάζουμε σύνολο τιμών της  $f$ ;

**B10.** Έστω συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ . Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ ;

(Μονάδες  $10 \times 4 = 40$ )

## **ΘΕΜΑ Γ**

Σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε εάν είναι Αληθής ή Ψευδής και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Γ1.** Αν  $f, g$  δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού  $A, B$  αντιστοίχως, και ορίζονται οι  $f \circ g$  και  $g \circ f$  τότε υποχρεωτικά ισχύει  $g \circ f = f \circ g$ .

**Γ2.** Αν  $f'(x_0) = 0$  τότε η  $f$  θα παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο  $x_0$ .

**Γ3.** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  και ισχύει  $f(\alpha) \cdot f(\beta) > 0$  τότε η  $f(x) = 0$  δεν έχει ρίζα στο  $(\alpha, \beta)$ .

**Γ4.** Ένα τοπικό μέγιστο της  $f$  δεν γίνεται να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο.

**Γ5.** Αν ισχύει  $(f \cdot g)(x) = 0$ , για κάθε  $x \in A$ , τότε θα ισχύει υποχρεωτικά  $f(x) = 0$ , για κάθε  $x \in A$  ή  $g(x) = 0$  για κάθε  $x \in A$ .

(Μονάδες  $5 \times (1+4) = 25$ )

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**