

ΩΡΙΑΙΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$, με $a \neq 0$. Αν x_1, x_2 οι ρίζες του να αποδείξετε πως :

i. $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha}$
ii. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(Μονάδες 10+10=20)

A2. Να σημειώσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

- i. Η εξίσωση: $ax^2 + bx + \gamma = 0$, έχει δύο ρίζες άνισες όταν a, γ ετερόσημοι.
ii. Η εξίσωση $x^5 = -7$ είναι αδύνατη
iii. Η εξίσωση: $\lambda(\lambda - 1)x = \lambda^2$, για $\lambda = 1$ είναι αδύνατη.
iv. Κάθε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες x_1, x_2 μπορεί να γραφεί στην μορφή: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$
v. Η εξίσωση $(\lambda^2 + 1) \cdot x = 4$, έχει μοναδική λύση για κάθε πραγματικό αριθμό λ .

(Μονάδες 5x3=15)

ΘΕΜΑ Β

Να λύσετε τις εξισώσεις

$\alpha. x^3 + 8 = 0$ $\beta. x^2 - 5x + 6 = 0$ $\gamma. x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ $\delta. 5(x - 2)^2 - 4|x - 2| - 1 = 0$

(Μονάδες 5+5+5+5=20)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε πως η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ2. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει :

- i. ρίζα το -1
ii. αντίθετες ρίζες
iii. αντίστροφες ρίζες

Γ3. Να βρείτε το λ ώστε να ισχύει:

$$P^2 - 2S + 4 = 0, \text{ όπου } S, P \text{ το άθροισμα κ γινόμενο ριζών της εξίσωσης.}$$

(Μονάδες 10+21+9=40)

Ευχόμαστε επιτυχία...!