

Ά Λυκείου

Ασκήσεις Γεωμετρίας κεφάλαιο 3-4

- 1) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και M το μέσο της βάσης $B\Gamma$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB, AG αντίστοιχα παίρνουμε τμήματα BD και GE ώστε $BD=GE$.

(α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα MBD και MGE είναι ίσα.

(β) να αποδείξετε ότι η γωνία MDE είναι ίση με τη γωνία $MEΔ$.

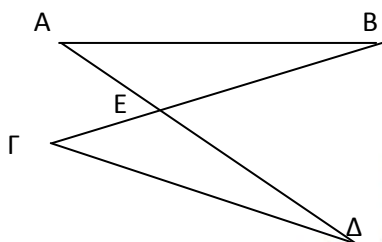
- 2) Τα ευθύγραμμα τμήματα AD και $B\Gamma$ τέμνονται στο σημείο E έτσι ώστε $AE=GE$ και $BE=ED$.

(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και GDE είναι ίσα.

(β) Να αποδείξετε ότι $AG \parallel BD$

(γ) να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις EH και EO του σημείου E από τις πλευρές AB και GD αντίστοιχα ,είναι ίσες.

(δ) αν οι προεκτάσεις των AB και GD προς το A και G αντίστοιχα τέμνονται στο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο BZD είναι ισοσκελές.



- 3) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και η διχοτόμος του $B\hat{D}$. Από το Δ φέρνουμε DE κάθετο στην πλευρά $B\Gamma$ που τέμνει την προέκταση της AB (προς το A) στο Z . Να αποδείξετε ότι:

(α) $BE=AB$

(β) το τρίγωνο $B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

(γ) Αν επιπλέον η γωνία $B\hat{D}A = 55^\circ$ μοίρες , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου GDE .

- 4) Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά ίσο τμήμα $M\Delta$. Να αποδείξετε ότι :

(α) τα τρίγωνα ABM και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

(β) τα σημεία A και Δ ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.

- 5) Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και I σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{G}$. Να αποδείξετε ότι :

(α) το τρίγωνο $B\Gamma I$ είναι ισοσκελές.

(β) οι γωνίες $\widehat{AIT}$ και $\widehat{ATB}$ είναι ίσες.

(γ) η ευθεία AI είναι μεσοκάθετος του τμήματος $B\Gamma$.

- 6) Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρουμε διχοτόμο AD και μια ευθεία ϵ παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και AG στα σημεία E και Z αντίστοιχα . Να αποδείξετε ότι :

(α) το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

(β) τα τρίγωνα AED και AZD είναι ίσα.

- 7) Στις προεκτάσεις των πλευρών BA (προς το A) τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε τμήματα $AD=AB$ και $AE=AG$. Να αποδείξετε ότι :

(α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ADE είναι ίσα.

(β) $ED \parallel B\Gamma$

- 8) Δίνεται κύκλος κέντρου O και από ένα σημείο P εκτός αυτού φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Το τμήμα PO τέμνει τον κύκλο στο σημείο M και η εφαπτόμενη του κύκλου στο M τέμνει τα PA και PB στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.

- (α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΡΓΔ είναι ισοσκελές.
 (β) Αν η γωνία ΑΡΒ είναι 40° να υπολογίσετε τη γωνία ΑΟΒ.
 (γ) να γράψετε τη περίμετρο του τριγώνου ΡΓΔ ως συνάρτηση των τμημάτων ΡΑ και ΓΔ.
- 9) Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) . Έστω ότι η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α και η ΔΕ//ΑΒ . Αν η γωνία $\hat{B}=20^\circ+\hat{\Gamma}$,
 (α) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και τις γωνίες $\widehat{ADE}$ και $\widehat{ED\Gamma}$.
 (β) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές.
- 10) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < AG$. Έστω Αχ εξωτερική διχοτόμος . Από την κορυφή Β φέρουμε ευθεία παράλληλη στην Αχ , η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ. Αν η γωνία $A_{\epsilon\kappa}=120^\circ$. Να αποδείξετε ότι :
 (α) η γωνία $\widehat{BDA}=60^\circ$
 (β) το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο
 (γ) $AG-AB=\Delta\Gamma$
 (δ) αν η γωνία $\widehat{BDA}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΓ.

Επιμέλεια : Χριστίνα Αργυροπούλου

