

The background features a decorative graphic consisting of three overlapping circles of varying sizes, each with a dark blue center and a lighter blue outer ring. These circles are arranged along a diagonal line that runs from the top-left towards the bottom-right. The largest circle is at the top, a medium one in the middle, and the smallest at the bottom. The overall design is clean and modern, using a blue color palette.

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ  
ΦΥΛΛΑΔΙΟ  
ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ  
ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΓΕΝΙΚΟΥ  
ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Επιμέλεια : Γιώργος Α.Γιαννακόπουλος.  
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2021**

**Άσκηση 1**

i. Να λύσετε τις ανίσωσεις  $|x-2|<1$  και  $d(y, 3)<2$ .

ii. Να απλοποιηθεί η παράσταση

$$\Pi = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$$

εάν ισχύει  $1 < x < 3$ .

iii. Να βρείτε τις τιμές μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι παραστάσεις

a.  $2x-1$

b.  $y^2 - 3x$

c.  $\frac{y}{x}$

**Άσκηση 2**

Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{x^2 - 3|x|}{|x| - 3}$ .

i. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση .

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση .

iii. Να λυθούν :

a.  $A < 2$

b.  $|A-1| \geq 3$

c.  $|2-A|=4$

**Άσκηση 3**

$$\text{Εάν } \kappa = \sqrt{7 + \sqrt[3]{5 + 3 \cdot \sqrt[8]{1}}} \quad \lambda = \frac{(-1)^{2022} \cdot 2^6 \cdot (2^3)^5}{(\sqrt{2})^{40}}$$

- i. Να δείξετε πως  $\kappa=3$  και  $\lambda=2$ .
- ii. Να λύσετε τις ανισώσεις :  $|x-\kappa| \leq 1$  και  $d(y,5) \leq \lambda$
- iii. Για τις τιμές του ερωτήματος (ii) να εκτιμήσετε την περίμετρο και το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις  $x,y$ .
- iv. Να λύσετε τις εξισώσεις :
  - a.  $(x - 2)^3 = -9\kappa$
  - b.  $x^{3\lambda} = 64$
  - c.  $\kappa x^2 - \lambda x = 0$

**Άσκηση 4** (Τράπεζα Θεμάτων 2.4302)

Δίνεται η εξίσωση:  $(\alpha + 3)x = a^2 - 9$  , με παράμετρο  $\alpha$ .

α) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) όταν  $\alpha=1$

ii) όταν  $\alpha=-3$

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha$ , για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

**Άσκηση 5** (Με βάση την άσκηση 2.3382 της Τράπεζας Θεμάτων)

Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

α) Να δείξετε πως  $A=4$

β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i.  $|x+A|=2$       ii.  $Ax^3 - Ax^2 + x = 0$

**Άσκηση 7** (Με βάση την άσκηση 2.493 της Τράπεζας Θεμάτων)

Αν  $\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  και  $\beta = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{3 - \sqrt{5}}$  τότε

- i. Να δείξετε πως  $\alpha = \beta = 2$
- ii. Να λύσετε την εξίσωση  $|x-1| = \sqrt{a}$
- iii. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τις λύσεις του ερωτήματος (ii).

**Άσκηση 8** (Τράπεζα Θεμάτων 2.1093)

Δίνονται οι αριθμοί  $A = \frac{1}{5 + \sqrt{5}}$ ,  $B = \frac{1}{5 - \sqrt{5}}$

α. Να δείξετε πως  $A + B = \frac{1}{2}$

β. Να δείξετε πως  $A \cdot B = \frac{1}{20}$

γ. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τα A και B.

**Άσκηση 9** (Με βάση το θέμα 2.1093 της Τράπεζας Θεμάτων)

Δίνεται το τριώνυμο  $x^2 - \kappa x - 2$  (1).

α. Αν  $\Delta$  η διακρίνουσα του τριωνύμου να δείξετε πως  $\Delta > 0$ .

β. Αν για το  $\kappa$  ισχύει  $(1 - \kappa)^3 + 8 = 0$  να δείξετε πως  $\kappa = 3$

Για  $\kappa = 3$ :

γ. Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες του τριωνύμου (1) να βρείτε το γινόμενο  $P$  και το άθροισμα  $S$  των ριζών.

δ. Να κατασκευάσετε εξίσωση  $\beta'$  βαθμού με ρίζες :

- i.  $2x_1, 2x_2$
- ii.  $x_1^2, x_2^2$

**Άσκηση 10**

α. Να λυθεί η εξίσωση  $x^2 - |x| - 2 = 0$ .

β. Να λυθεί η εξίσωση  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

γ. Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες  $\rho_1, \rho_2$  όπου

$\rho_1$ : η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (α) και  $\rho_2$ : η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης (β).

Καλές Γιορτές , με υγεία ,  
πρόοδο και αλληλεγγύη!